Análise Psicológica (2000), 3 (XVIII): 355-370

Factores cognitivos do insucesso na matemática: Desenvolvimento da compreensão da estrutura do sistema de numeração em crianças em idade pré-escolar (*)

ANTÓNIO MARTINS-MOURÃO (**)

O conhecimento da estrutura do sistema de numeração baseia-se na compreensão da composição aditiva do número, ou seja, na cognição de que qualquer número é composto pela soma de várias unidades de tamanhos diferentes, i.e. unidades, dezenas, centenas, etc. (Resnick, 1983; 1986; Carraher, 1985; Nunes & Bryant, 1996; Martins-Mourão, 1997). Por exemplo, o número 222 é igual à soma de duas unidades de cem, duas unidades de vinte e duas unidades de um. Esta compreensão é conceptualmente diferente do conhecimento do valor de posição, em si uma convenção escrita segundo a qual cada algarismo representa uma unidade de tamanho diferente, de acordo com a *posição ocupada* no número. No número 444, por exemplo, o primeiro quatro representa 400, o segundo quarenta, e o terceiro quatro.

Embora estas duas estruturas conceptuais tenham sido confundidas no passado e se tenha postulado que a criança apreende a estrutura do sistema de numeração através da prática repetida com números escritos (i.e. através do valor de posição; e.g. Luria, 1969; Sinclair et al., 1992), dados longitudinais recentes indicam, pelo contrário, que a compreensão do valor de posição se baseia no conhecimento prévio da estrutura do sistema de numeração (ver Martins-Mourão, 1997).

A noção de composição aditiva do número é, no entanto, reconhecidamente difícil de medir, ou testar, o que tem dificultado a investigação do desenvolvimento do sistema de numeração em crianças, quer em idade pré-escolar, quer ao

(*) O autor agradece a ajuda e colaboração das crianças e dos professores primários participantes nesta investigação.

A correspondência relacionada com este artigo deverá ser enviada para: António Martins-Mourão, **niPsi**, Núcleo de Investigação em Psicologia do Desenvolvimento e Educação, Instituto Piaget, Arreinela de Cima – Centro Sul, 2800-305 Almada; e-mail: nipsi2001@hotmail.com

(**) **niPsi**, Núcleo de Investigação em Psicologia do Desenvolvimento e Educação, Instituto Piaget.

longo dos primeiros anos de escolaridade. O principal obstáculo tem sido inferir de que forma a compreensão da composição aditiva é alargada e consistente, visto que pode ser manifestada em diversos contextos. No caso do estudo de crianças em idade pré-escolar, os investigadores têem optado pela medição da composição aditiva na sua versão intuitiva ou informal – o conhecimento informal refere-se a noções que a criança utiliza com sucesso mas que não consegue explicar formalmente (Vergnaud, 1982). O mesmo se passa com muitos adultos, que embora entendam e utilizem o conceito de percentagem não o conseguem explicar formalmente.

Neste contexto, têm sido utilizados dois tipos de tarefas para estimar o conhecimento de composição aditiva em crianças: a capacidade de resolução de problemas-verbais onde o conjunto inicial é desconhecido (e.g. ? + 3 = 8; Resnick, 1983) e, a capacidade de contar e combinar moedas de denominações diferentes (e.g. um e dez) para a obtenção de quantidades numa tarefa de compra e venda (e.g. 26 escudos = 10 + 10 + 1 + 1+ 1+ 1+ 1+1; Carraher, 1985; Nunes & Bryant, 1996). Existem, no entanto, poucos dados relacionando diferentes estimativas sobre a emergência da compreensão de composição aditiva em crianças em idade pré-escolar (Resnick, 1983; 1986; Carraher, 1985; Nunes & Bryant, 1996).

A avaliação de Resnick (1983) supõe que a capacidade das crianças de interpretarem problemas-verbais em termos de parte-todo representa uma boa prova da sua compreensão informal da composição aditiva. Quando as crianças resolvem um problema de *início* desconhecido (e.g. «o Pedro tinha *alguns* rebuçados de manhã, a Rita deu-lhe 5 rebuçado à tarde; ele agora tem 8. Quantos rebuçados tinha o Pedro de manhã?»), confrontam-se com a dificuldade de representar o conjunto inicial do problema (alguns), utilizando os dedos ou a linha-numérica. Não é possível representar com os dedos uma quantidade que não foi definida (i.e. alguns). Então, e alternativamente à utilização da linha-numérica, que apenas permite a comparação dos números em termos de maior ou menor, as crianças vêem-se obrigadas a recorrer a uma nova estratégia, mais elaborada – a da utilização do esquema de parte-todo –, de forma a mapearem o problema mentalmente (Riley & Greeno, 1988). Uma vez implementada esta estratégia, a criança consegue então visualizar o problema, tornando-se possível a troca de ordem dos conjuntos do problema, até ser encontrada uma solução. É desta capacidade de alteração da ordem dos conjuntos e do seu re-arranjo que se pensa depender o conhecimento da composição aditiva (Resnick, 1983).

Numa outra perspectiva, Carraher (1985) e Nunes e Bryant (1996) propuseram que seria possível estimar o conhecimento da composição aditiva do número através da capacidade de contagem e combinação de moedas de diferentes denominações (e.g. moedas de valor 1, 10, 100, etc.). Num item típico desta tarefa, que é apresentada como uma situação de compra e venda numa loja, são dadas à criança três moedas de 10 escudos e oito moedas de 8 escudos para pagar um brinquedo que custa 16 escudos. De forma a resolver este item da tarefa, a criança deverá *decompor* a quantidade-preço em uma unidade de 10 e seis unidades de 1, voltando a compor a quantidade total utilizando para o efeito as unidades de diferente denominação dadas pelo experimentador no jogo. De acordo com os resultados apresentados por Nunes e Bryant (1996), algumas crianças com cinco e seis anos respondem a items desta tarefa com sucesso.

Finalmente, Nunes e Bryant (1996) sugeriram também que «os encontros da criança com a Adição poderão representar uma experiência necessária para a sua compreensão da noção de composição aditiva do número, que está subjacente ao conhecimento do sistema de numeração» (Nunes & Bryant, 1996, p. 52). De acordo com estes autores, o uso por parte da criança da estratégia de *counting-on*, um procedimento utilizado em problemas-verbais de adição, poderia representar o passo fundamental para o seu sucesso futuro na capacidade de combinar moedas de diferentes denominações e, por conseguinte, uma forma de avaliar mais cedo o conhecimento informal de composição aditiva.

Note-se que as crianças usam vários tipos de estratégias de contagem para resolver o mesmo problema de adição. Aquelas que usam a estratégia de *counting-on*, resolvem o problema «5+3» começando a contar pelo número cardinal do primeiro conjunto (i.e. 5... 6, 7, 8). Esta estratégia é relativamente mais complexa do que a utilização da estratégia de *counting-all*, onde para resolver o mesmo problema a criança conta 1, 2, 3, 4, 5 (primeiro conjunto) ...1, 2, 3 (segundo conjunto)... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 (total).

É justamente neste desenvolvimento de uma estratégia (*counting-all*) para a seguinte (*counting-on*), que poderá estar a relevância que facilitará a compreensão de unidades de diferentes denominações: a criança que vê a contagem de todos os elementos do primeiro conjunto como redundante, «poderá ter compreendido que este primeiro conjunto equivale a uma unidade de tamanho maior [5] que está a ser combinada com outras unidades de tamanho menor [1+1+1]» (Nunes & Bryant, 1996, p. 53). Esta criança, argumentam os autores, ao transpor uma experiência similar de uma situação para outra, poderá estar numa posição privilegiada para compreender que o número 16 (utilizando o exemplo acima referido) é composto pela combinação de uma unidade maior (i.e. 10) com seis unidades singulares.

Não existem resultados publicados sobre a relação entre estas duas formas de avaliação da composição aditiva, o desempenho em problemas de início desconhecido (i.e. ?+5=8) – e tarefas de compra e venda, nas mesmas crianças. Igualmente, não existem resultados relacionando a capacidade de utilização de *counting-on*, e sucesso na resolução de problemas de início desconhecido. De facto, a única excepção aos pouquíssimos dados sobre qualquer relação entre estas três tarefas é a proposta de Nunes e Bryant (1996), sugerindo que as crianças necessitam de ter descoberto a estratégia de *counting-on*, antes de conseguir combinar unidades de diferente denominação, ou seja, *counting-on* é um percursor do conhecimento de composição aditiva.

Os autores baseiam a sua sugestão em dados de um estudo não publicado (Kornilaki, 1994; citado em Nunes & Bryant, 1996), no qual todas as crianças de 5 e 6 anos participantes que tinham resolvido a tarefa da loja, tinham igualmente resolvido uma tarefa de *counting-on*. Nesta tarefa, refere-se à criança a quantidade da primeira parcela do problema, sem que ela possa ver e contar os elementos que compôem essa primeira parcela. Por exemplo, diz-se à criança que estão cinco rebuçados dentro de uma caixa – sem que esta os possa contar –, e põem-se três rebuçados fora da caixa. Seguidamente, pergunta-se à criança quantos rebuçados estão ali, ao todo. Ao impedir a criança de contar os rebuçados que se encontram dentro da caixa, defendem Nunes e Bryant (1996), espera-se que ela recorra à estratégia de *counting-on*, ou seja à contagem a partir do cardinal do primeiro conjunto envolvido na soma (5).

No entanto, levanta-se, do nosso ponto de vista, a questão da validade desta tarefa na selecção de crianças que utilizam *counting-on*. Por um lado, é possível resolver esta tarefa sem utilizar *counting-on*. Conforme indicam os dados apresentados pelos próprios Nunes e Bryant (1996), algumas crianças resolveram a tarefa, usando apenas *counting-all*. Por outro lado, tem sido descrito que algumas crianças não usam a estratégia de *counting-on* na ocasião da avaliação, embora a conheçam e a tenham utilizado noutras ocasiões (e.g. Carpenter & Moser, 1983; Siegler & Jenkins, 1989). A maior limitação é que a estratégia de *counting-on* só pode ser avaliada de forma indirecta visto que, para além da capacidade de resolução do problema, a escolha da estratégia a utilizar pela criança é, em si, livre.

A avaliação do uso de *counting-on* requer, por isso, algumas precauções metodológicas que não foram contempladas por Nunes e Bryant (1996). Sem estas precauções não é possível concluir que o uso de *counting-on* é condição necessária para a obtenção de sucesso na tarefa da loja.

Do nosso ponto de vista, uma forma de obter resultados mais fiáveis sobre a relação entre *counting-on* e a capacidade de combinar unidades de diferentes denominações, será expandindo a avaliação de *counting-on* (nas mesmas crianças) ao maior número possível de situações; i.e. problemas de adição, subtração, inversão e multiplicação, além da tarefa acima referida de *counting-on*. Tomadas estas precauções, o insucesso na utilização de *counting-on* em qualquer uma destas cinco tarefas, representará um critério rigoroso de desconhecimento desta estratégia.

Existe, no entanto, outra possibilidade. É provável que as crianças não dependam do conhecimento de *counting-on* para combinar moedas de diferentes denominações com sucesso. Outra hipótese, seria que a resolução de tarefas com unidades de diferentes denominações poderia depender de uma estratégia de contagem prévia, descrita como contagem continuada (Martins-Mourão & Cowan, 1997). A contagem continuada é uma estratégia que permite à criança continuar a contagem a partir de qualquer número na lista, sem necessidade de recomeçar do um. Esta estratégia é utilizada por crianças com 3 e 4 anos de idade que não conhecem ainda a adição. De acordo com Secada et al. (1983), a continuação da contagem é um percurssor de *counting-on*. Note-se que não é claro se, ao contar 10... 11, 12, 13, 14, 15, 16 (para pagar 16 escudos na tarefa da loja), a criança está a usar *counting-on* ou continuação da contagem. No entanto, evidencia de que algumas crianças não conhecem *counting-on* conseguem mesmo assim passar na tarefa da loja, favorecerá a perspectiva de que as crianças usam continuação da contagem para resolver esta tarefa.

Mesmo assim, existem outras razões para postular que a estratégia de *counting-on* não tem um papel relevante na capacidade de combinar unidades de diferentes denominações: uma, é a proposta de que a utilização de *counting-on* poderá restringir-se apenas ao contexto da resolução de problemas de adição (Davydov, 1969). A outra, é a sugestão de que a estratégia de *counting-on* tem o propósito fundamental de reduzir o esforço cognitivo da criança, e que não reflete em si, um desenvolvimento conceptual (e.g. Baroody & Gannon, 1984).

Considerando a evidência de que algumas crianças podem usar *counting-on* mas nem sempre demonstrá-lo na presença do experimentador (e.g. Carpenter & Moser, 1983; Siegler & Jenkins, 1989), o presente estudo investiga o impacto que diferentes situações matemáticas possam ter no uso desta estratégia, explorando também se esta influência é constante ao longo do tempo. Será que certas situações (e.g. a adição) incitam à utilização de *counting-on*, mais do que outras?

Da mesma forma, ao avaliar o desempenho do mesmo grupo de crianças em problemas de início-desconhecido e tarefas de loja ao longo de um ano escolar, este estudo tenta comparar os resultados obtidos nestas duas formas de avaliação de composição aditiva do número. Serão igualmente difíceis?

Finalmente, este estudo explora a hipótese sugerida por Nunes e Bryant (1996), segundo a qual o conhecimento da adição, e especificamente o uso de *counting-on*, representa uma condição necessária para a compreensão da composição aditiva do número. Será que a experiência com a estratégia de *counting-on* em problemas de adição poderá beneficiar as crianças num contexto diferente, como o da tarefa de loja? Ou, será que as crianças aprendem a noção de composição aditiva através de experiências realizadas com a continuação da contagem, uma estratégia muito mais anterior, em termos de desenvolvimento, que emerge alguns anos antes do conhecimento da adição e muito antes do *counting-on*?

1. MÉTODO

1.1. *Sujeitos*

Participaram no estudo 152 crianças – 79 rapazes e 73 raparigas – de três escolas do Norte de Londres. As crianças foram distribuídas de forma igual por três grupos: ano de acolhimento (Reception), com idades entre 4 anos e 8 meses e os 5, 2 anos (média: 4, 11); Ano 1, com idades entre 5, 2 e os 6, 4 anos (média: 5, 11) e Ano 2, com idades entre 6, 2 e os 7, 4 anos (média: 6, 11). As idades correspondem ao início do estudo, o qual foi repetido três vezes, com três meses de intervalo entre cada avaliação.

1.2. *Materiais*

Para os problemas de resultado desconhecido (e.g. 3+5=?)[1] e para os problemas de início-desconhecido (e.g. ?+5=8)[2], foram utilizados 14 pequenos cubos de madeira como materiais. Para os problemas de adição com uma parcela escondida[3] (i.e. tarefa de *counting-on*) foram utilizadas 15 fichas de plástico simulando doces, e uma caixa de plástico. Para a tarefa de multiplicação foram usados uma boneca de cartão, um carro de brinquedo, várias luvas de papel e várias braceletes (para a boneca) e rodas de plástico como materiais. Para a tarefa da loja foram utilizados vários

[1] Change result-set unknown (Carpenter & Moser, 1983).
[2] Start-set unknown problems (Carpenter & Moser, 1983).
[3] Addition with one hidden addend task.

brinquedos (para venda na loja: lápis de côr, ursinhos de peluche, etc.), e dinheiro de plástico: nove moedas de 1 escudo (amarelo), quatro moedas de 5 escudos (vermelho), seis moedas de 10 escudos (verde), cinco moedas de 100 escudos (azul) e três moedas de 1000 escudos (preto). As moedas utilizadas tiveram cores diferentes para facilitar o seu reconhecimento; cada uma delas apresentou a quantidade em número.

1.3. *Procedimento*

Cada grupo de crianças foi avaliado três vezes ao longo do ano – no Outono, Inverno e Primavera. Antes de iniciar as diferentes séries de entrevistas em cada escola, o experimentador foi apresentado a cada turma pelo professor, que explicou que o Sr. A. iria jogar jogos com cada uma das meninas e dos meninos da classe. Todas as crianças foram avaliadas individualmente pelo mesmo experimentador. A ordem das tarefas foi randomizada para cada criança.

<u>Tarefa de continuação da contagem</u>. Esta tarefa verificou se as crianças conseguiam continuar a contagem a partir de um número arbitrário (Fuson, 1988). Depois de ter contado 20 fichas (tarefa anterior de familiarização), foi pedido às crianças na primeira avaliação do grupo da aula de acolhimento (Reception) que continuassem a contar a partir do número 20 (i.e. «*sabes que números vêem a seguir a 20?*»). Às crianças que responderam incorrectamente foi-lhes pedido que continuassem a contar a partir do número 10 (i.e. «*sabes que números vêem a seguir a 10?*»). Permitiu-se que as crianças contassem até desistirem. As respostas foram anotadas.

Na segunda e terceira avaliações do grupo da aula de acolhimento (Reception), e nas três avaliações do grupo do Ano 1, foi perguntado: «*Qual é o maior número até ao qual consegues contar?*» A criança foi então convidada a continuar a contar a partir do número por ela referido, menos 15. Pretendeu-se com isto verificar se a criança seria capaz de fazer a transição entre as décadas anteriores ao número máximo referido. Por exemplo, a uma criança que tenha respondido «100», foi-lhe pedido que continuasse a contagem a partir de 85. A contagem da criança foi parada após o segundo erro consecutivo (e.g. 26, 27, ( ), ( ), 30, 31... Caso a criança se tenha enganado na passagem da década (e.g. oitenta e oito, oitenta e nove, *oitenta e dez*...), foi-lhe perguntado: «*Sabes que números vêem a seguir a 20?*» Se necessário: «sabes que números vêem a seguir a 10?» Permitiu-se que as crianças contassem até desistirem. As respostas foram anotadas. Para passar a tarefa, as crianças tiveram que mostrar que conseguiam continuar a contar a partir de um dos números pedidos pelo experimentador.

<u>*Problemas-verbais com resultado desconhecido (a+b=?)*</u>. Cada criança teve que calcular a soma (total) de seis (3 de adição e 3 de subtração) problemas verbais, que implicam a leitura de uma mini-história (Carpenter & Moser, 1983; Riley et al., 1983). Foi permitida a manipulação de objectos. «*No nosso próximo jogo podes usar estes cubinhos, caso aches que eles te ajudam a encontrar a resposta (...) Vou ler alguns problemas muito fáceis e gostaria que me dissesses as respostas. Podemos começar?*» Os problemas lidos foram do tipo: «*A Zulmira tinha 3 rebuçados e o Adalécio deu-lhe outros 5. Quantos rebuçados tem a Zulmira agora?*» Quando necessário o problema foi repetido até duas vezes: «*Vou ler de novo para que possas descobrir o resultado. Presta atenção.*» Os cubinhos foram sempre misturados depois de cada utilização. Os três items de adição utilizados foram 3+5, 2+6 e 4+7. Os três items de subtração foram: 6-4, 7-3 e 9-5. Ambas as séries de problemas foram apresentados por ordem fixa. Os resultados foram classificados em termos de uso da estratégia de *counting-on*, apenas.

<u>*Problemas-verbais com início desconhecido (?+b=c)*</u>. Cada criança respondeu a quatro problemas de inversão (2 de adição e 2 de subtração), de forma a verificar o seu conhecimento do esquema de Parte-Todo (Carpenter & Moser, 1983; Riley et al., 1983). Foi permitida a manipulação de objectos. «*No nosso próximo jogo podes usar estes cubinhos, caso aches que eles te ajudam a encontrar a resposta (...) Vou ler alguns problemas muito fáceis e gostaria que me dissesses as respostas. Podemos começar?*» Os problemas lidos foram do tipo: «*O Celestino comprou algumas laranjas de manhã. A Mãe deu-lhe outras 5 a seguir ao almoço. Ele agora tem 8 laranjas. Quantas laranjas é que o Celestino comprou de manhã?*» Quando necessário o problema foi repetido até duas vezes: «*Vou ler de novo para que possas descobrir o resultado.*

Presta atenção.» Os cubinhos foram sempre misturados depois de cada utilização. Os dois items de adição utilizados foram ?+5=8, ?+6=10. Os dois items de subtração foram ?-4=6, ?-7=3. Ambas as séries de problemas foram apresentados por ordem fixa. As respostas e procedimentos dados foram anotados e classificados em termos de uso da estratégia de *counting-on*. Quando necessário foi pedido às crianças que justificassem as suas respostas. Para passar a tarefa as crianças tiveram que resolver um dos items apresentados. Foram permitidos enganos na contagem de +1 ou -1.

Adição com parcela escondida. Cada criança teve que calcular a soma (total) dos cubinhos colocados dentro e fora da caixa. Por exemplo, o experimentador escondeu 3 cubinhos dentro da caixa (fora do campo visual da criança) e colocou 4 cubinhos ao lado da caixa, e disse: «*Estão 3 cubinhos dentro da caixa (sacudindo a caixa) e estes (apontar) aqui fora. Quantos cubinhos são ao todo?*» Quando necessário, a quantidade de cubinhos escondidos dentro da caixa foi repetida. As crianças no grupo da aula de acolhimento (Reception) responderam aos items 3 dentro + 4 fora, 4 dentro + 6 fora, 5 dentro + 3 fora. As crianças dos grupos do Ano 1 e Ano 2 responderam aos items 3 dentro + 4 fora, 9 dentro + 3 fora, 11 dentro + 4 fora. Ambas as séries de problemas foram apresentados por ordem fixa. Os resultados foram classificados em termos de uso da estratégia de *counting-on*, apenas.

Multiplicação. Cada criança teve que calcular o resultado de três items de multiplicação similares aqueles utilizados por Aubrey (1993). Foi-lhe mostrada uma boneca com um chapéu de papel (items de demonstração da tarefa), e o experimentador perguntou: «*Este é um jogo para pensar. Vou precisar da tua ajuda para saber que roupas devo comprar para a Ermelinda* (mostrar a boneca) *e para as suas amigas. Ajudas-me? (...) Para a Ermelinda, comprei um chapéu. Quantos chapéus vou precisar de comprar para as quatro amigas da Ermelinda?*» Em caso de resposta incorrecta, o experimentador corrigiu a criança, explicando porquê. Repetiu-se o mesmo procedimento com os restantes items, em ordem fixa: «*Desta vez comprei duas luvas para a Ermelinda* (mostrar a boneca com um par de luvas). *Quantas luvas vou precisar de comprar para as três amigas da Ermelinda? (...) Quantas rodas tem um carro* (mostrar o carro). *Quantas rodas têem 3 carros juntos?*» (...) «*Desta vez comprei 3 pulseiras para a Bonifácia* (mostrar boneca com 3 braceletes). *Quantas braceletes vou ter que comprar para as três amigas da Bonifácia?*» Os resultados foram classificados em termos de uso da estratégia de *counting-on*, apenas.

Contagem de moedas com diferentes denominações (tarefa da loja). Pediu-se a cada criança que comprasse e pagasse o preço de 12 objectos numa loja simulada, enquanto o experimentador desempenhava o papel de vendedor (Carraher, 1985). Os objectos a serem comprados variaram entre preços abaixo dos 10 escudos (três items: 6, 7 e 8 escudos), abaixo dos 20 escudos (12, 15 e 16 escudos), abaixo dos 100 escudos (26 e 53 escudos), abaixo dos 1000 escudos (124 e 347 escudos) e acima dos 1000 escudos (1052 e 2340 escudos). Foi-lhe dito que: «*Agora vamos jogar um jogo de compras. Gostava que comprasses alguns brinquedos da minha loja. Tu compras e eu sou o vendedor, está bem? Vais ter que usar este dinheiro* (apontar) *para comprar os brinquedos. Podemos começar?*»

Em todas as ocasiões, o número total de moedas dadas nunca permitiu a compra de qualquer dos brinquedos, mesmo considerando cada moeda como 1 escudo. Por exemplo, no caso do preço de 7 escudos, as crianças receberam duas moedas de 5 escudos e quatro moedas de um escudo (total: 6 moedas). Os items foram vendidos por ordem fixa, conforme acima descrito, até ao preço de 16 escudos. A partir de aí, o jogo foi interrompido após a segunda resposta consecutiva incorrecta. Antes de introduzir um novo tipo de moedas no jogo, seguindo a progressão do mesmo, o experimentador deu as explicações necessárias sobre as novas moedas a serem utilizadas. As respostas foram classificadas em: (1) começa a contar a partir da moeda com a denominação maior – e.g. 10, ou (2) começa a contar da denominação menor, ou 1. Cada resposta correcta recebeu um ponto. Para passar a tarefa as crianças tiveram que responder correctamente aos três items abaixo dos 10 escudos (i.e. 6, 7 e 8 escudos).

2. RESULTADOS

Não foram encontradas diferenças significativas entre sexos em nenhuma das tarefas utilizadas. Em função disto, as análises realizadas nesta secção combinam os resultados dos rapazes e das raparigas.

2.1. *Utilização de* counting-on *em várias situações envolvendo problemas verbais*

As estratégias utilizadas pelas crianças em problemas verbais (adição, subtração, inversão, multiplicação e adição com parcela escondida) foram classificados em «utiliza *counting-on*», ou «não utiliza *counting-on*». Não foram encontradas diferenças entre os items de adição e subtração das tarefas de adição com resultado desconhecido ou de adição com início desconhecido, pelo que os resultados respectivos a cada uma destas tarefas foi combinado num só resultado. A Tabela 1 apresenta as frequências do uso de *counting-on* nas várias situações de problemas verbais. Note-se em particular que muitas crianças conseguiram passar a tarefa de adição com uma parcela escondida, usando para o efeito apenas a estratégia de *counting-all*. Este resultado demonstra que não é possivel inferir o uso de *counting-on*, baseando-se apenas no sucesso na tarefa de adição com parcela escondida. O Protocolo do Patrick mostra um exemplo em que é possivel passar nesta tarefa sem utilizar a estratégia de *counting-on*.

Exp: Estão 5 cubinhos dentro da caixa e estes [3] aqui de fora. Quantos cubinhos é que estão aqui ao todo?

Patrick (5, 10): Quantos aqui? (apontando para 5 dentro da caixa).

Exp: Cinco.

Patrick: 1, 2, 3, 4, 5 (batendo com cada dedo no topo da caixa). Vou deixar a minha mão aqui em cima da caixa ... 1, 2, 3 (conta os cubos fora da caixa ... olha para a mão em cima da caixa e conta...) 1, 2, 3, 4, 5 ... 6, 7, 8. Oito!

O protocolo da Katie, por outro lado, apresenta um exemplo do uso de *counting-on* na mesma situação.

Exp: Estão 9 cubinhos dentro da caixa e estes [3] aqui de fora. Quantos cubinhos é que estão aqui ao todo?

Katie (6, 11): nove (bate muito rapidamente na caixa, sem propriamente contar), 10, 11, 12. Doze!

Na primeira sessão de avaliação, quarenta crianças usaram *counting-on* nesta tarefa, e noventa e duas passaram a mesma usando apenas *counting-all* (estes números não são apresentados na Tabela 1). Na segunda sessão de avaliação, cinquenta e oito crianças usaram *counting-on* e setenta e seis usaram *counting-all*. Na última sessão, setenta e quatro usaram *counting-on* e sessenta e uma usaram *counting-all*. Estes resultados indicam que a tarefa não melhora a sua função ao longo do tempo, de forma significativa.

De forma a comparar a performance nas várias tarefas, conduzimos um teste de *Cochran Q* para cada sessão de avaliação. Existiram diferenças significativas na primeira (*Q=61.9 df=4, p<.001*); segunda (*Q=60.6, df=4, p<.001*); e terceira sessões do estudo (*Q=96.6, df=4, p<.001*).

Como indica a Tabela 1, as crianças demonstraram maior inclinação para a utilização de *counting-on* na tarefa de adição com parcela escondida, ainda que algumas crianças tenham utilizado esta estratégia pelo menos noutra tarefa deste grupo, excepto na parcela escondida. Testes de Mcnemar confirmaram que as crianças tendem a usar mais *counting-on* na tarefa de adição com parcela escondida, do que na tarefa de adição com resultado desconhecido (X^2*=9.6, df=1, p<.01;* X^2*=5.6, df=1, p=.02;* X^2*=10.6, df=1, p<.01*) na primeira, segunda e terceira sessões, respectivamente. As crianças tenderam muito menos a usar *counting-on* nos problemas de adição com início desconhecido (inversão). Testes de Mcnemar mostraram existir diferenças significativas entre o uso de *counting-on* em tarefas de multiplicação e tarefas de adição com início desconhecido na segunda (teste binomial, p<.05) e terceira sessões de avaliação (teste binomial, p<.01).

Ao longo do estudo, o uso de *counting-on* aumentou em todas as situações de problemas verbais testadas. No entanto, o aumento foi mais marcante em casos específicos. Testes de Mcnemar mostraram que o número de crianças utilizadoras de *counting-on* na tarefa de parcela escondida cresceu significativamente entre a primeira e a segunda sessão (X^2*=10.5, df=1, p<.01*), e a segunda e a terceira sessão de avaliação (X^2*=7.5,*

TABELA 1

Frequências do uso de counting-on *em cada tarefa, por sessão de avaliação (N=152)*

		Problemas ditados			
Sessão de avaliação	Parcela escondida (caixa)	Adição com resultado desconhecido*	Multipli-cação	Adição com início desconhecido**	Usa uma vez pelo menos
Primeira	40	22	15	9	50
Segunda	58	43	27	17	71
Terceira	74	54	32	18	83

** i.e. 3 + 5 = ?*

*** Problemas de Parte-Todo; i.e. ? + 5 = 8*

df=1, p<.01). O mesmo padrão de desenvolvimento foi encontrado relativamente ao uso desta estratégia nas tarefas de adição com resultado desconhecido, entre a primeira e segunda sessão ($X^2=5.9$, *df=1, p<.05*), e entre a segunda e a terceira sessão de avaliação (*binomial test, p<.05*). No caso da multiplicação, houve diferenças significativas entre a primeira e a segunda sessão de avaliação, apenas ($X^2=4.7$, df=1, p<.05). Não houve diferenças significativas no uso de *counting-on* na tarefa de inversão, ao longo de todo o estudo.

2.2. Performance *nas tarefas de composicão aditiva*

As frequências de sucesso nos problemas de adição com início desconhecido e na tarefa de loja, são apresentadas na Tabela 2. Testes de Mcnemar confirmaram que não existem diferenças significativas entre os items de adição e subtração nos problemas de adição com início desconhecido, pelo que estes resultados são apresentados de forma combinada. Na tarefa da loja, não foram encontradas diferenças entre os items ‘abaixo de 10 escudos’ (moedas de 5 e 1) e os items ‘abaixo de 20 escudos’ (moedas de 10 e 1). Apenas os resultados desta última categoria são mostrados na Tabela 2. Em termos de avaliação de composição aditiva do número e comparando os resultados obtidos em cada tarefa, as crianças tiveram mais sucesso na tarefa da loja em todas as sessões; primeira ($X^2=16.5$, *df=1, p<.001*), segunda ($X^2=23.8$, *df=1, p<.001*) e terceira ($X^2=17.5$, *df=1, p<.001*).

Registou-se, ao longo do estudo, um aumento generalizado do sucesso nas duas tarefas, embora os resultados tenham sido mais significativos na tarefa da loja, onde se verificaram diferenças entre a primeira e segunda sessão ($X^2=11.1$, *df=1, p<.001*), e entre a segunda e a terceira sessão (*binomial, p=.02*). Nos problemas de adição com início desconhecido, apenas houve diferenças significativas entre a segunda e a terceira sessão ($X^2=10.2$, *df=1, p<.01*). Este dado sugere que esta tarefa é vista pelas crianças como mais complexa, desenvolvendo-se por conseguinte mais tarde.

2.3. *Relação entre* counting-on, *contagem continuada e composição aditiva*

De forma a avaliar a importância de ambas as capacidades, *counting-on* e da contagem continuada, como percurssores de composição aditiva, foi examinada a relação entre: (1) utilização de *counting-on* em qualquer dos problemas verbais, (2) sucesso na contagem continuada, e (3) sucesso nas duas medidas de conhecimento de composição aditiva utilizadas (i.e. tarefa da loja e adição com início desconhecido). As frequências de sucesso nestas tarefas são apresentados na Tabela 2. Os resultados demonstram que houve um maior número de crianças capazes de passar a tarefa da loja do que a utilizar a estratégia

TABELA 2

Comparação das frequências de sucesso nas tarefas de composição aditiva e nos seus percursores (N=152)

	Tarefas de composição aditiva		*Percursores*	
Sessões de avaliação	Tarefa da loja	Adição com início desconhecido	Contagem continuada	*Counting-on*
Primeira	69	45	108	50
Segunda	87	54	127	71
Terceira	99	74	139	83

de *counting-on*. De acordo com testes de Mcnemar, as diferenças foram significativas na primeira (X^2*=9.3, df=1, p<.01*), segunda (X^2*=5.9, df=1, p=.02*) e terceira sessões de avaliação (X^2*=6.6, df=1, p=.01*).

Os dados mostram que as crianças utilizaram dois tipos diferentes de estratégias para passar a tarefa da loja. Um grupo começou por contar todas as unidades da moeda de denominação maior, e continuou contando as restantes unidades. Por exemplo, para pagar o item com o preço de 16 escudos [10+(6x1)], as crianças neste grupo contariam: 1, 2, 3 ... 8, 9, 10 (10) ... 11, 12, 13, 14, 15, 16 (16). Outro grupo de crianças contou do total da primeira moeda e continuou com as restantes unidades: 10 ... 11, 12, 13, 14, 15, 16. Estes resultados indicam que é possível passar a tarefa da loja sem ter conhecimento da estratégia de *counting-on*. Isto foi possível para 16% das crianças que passaram a tarefa na primeira e segunda sessão, e 3% na última sessão. Estes dados suportam o argumento que: (1) a estratégia de *counting-on* não é uma condição necessária para a obtenção de sucesso na tarefa da loja e, por esta razão, (2) a estratégia alternativa que serve de suporte ao sucesso na tarefa da loja é a contagem continuada – em vez de *counting-on*.

Existem outros resultados que indicam ser possível passar as tarefas de composição aditiva sem conhecimento prévio de *counting-on*. As crianças foram divididas em dois grupos: um, no qual demonstraram ter conhecimento da estratégia de *counting-on*, e outro, onde as crianças nunca demonstraram conhecimento desta estratégia nas variadas sessões testada. Dentro de cada um destes grupos, procedeu-se à sub-divisão entre aquelas crianças que mostraram conhecimento de contagem continuada e outras que não conseguiram utilizar esta estratégia. As frequências de cada um destes subgrupos foram contra-tabuladas com os resultados obtidos nas tarefas de composição aditiva, e os resultados desta análise são apresentados na Tabela 3.

Os dados mostram que um número apreciável de crianças conseguiu passar ambas as tarefas de composição aditiva, sem ter mostrado conhecimento de *counting-on* em qualquer das cinco situações usadas para a avaliacão do uso desta estratégia. De acordo com os dados apresentados na Tabela 3, catorze, dez e quinze crianças passaram os problemas de adição com início desconhecido não tendo exibido conhecimento de *counting-on* (na primeira, segunda e terceira sessões de avaliacão, respectivamente). Igualmente, vinte e sete crianças (nas primeira e segunda sessões) e outras vinte cinco (na terceira sessão), passaram a tarefa da loja sem ter mostrado conhecimento de *counting-on*. Mais ainda, sete, nove e uma crianças (na primeira, segunda e terceira sessões) que nunca mostraram conhecimento de *counting-on* em qualquer das várias situações testadas, passaram a tarefa da loja usando simplesmente a estratégia de *counting-all*.

Enquanto isto, os dados apresentados na Tabela 3 mostram que nenhuma criança conseguiu passar qualquer das tarefas de composição aditiva sem ter passado em primeiro lugar a tarefa de contagem continuada. Estes resultados supor-

TABELA 3

Relação entre counting-on*, contagem continuada e tarefas de composição aditiva. Os resultados são apresentados em frequências (N=152) (Da direita para a esquerda, os números correspondem à primeira, segunda e terceira sessões de avaliação)*

		Tarefas de composição aditiva			
		Adição com início desconhecido		Tarefa da loja	
		incorrecto	correcto	incorrecto	correcto
counting-on	não	88 71 54	14 10 15	75 54 44	27 27 25
	sim	19 27 24	31 44 59	8 11 9	42 60 74
contagem continuada	não	44 25 14	0 0 0	44 25 14	0 0 0
	sim	63 73 64	45 54 74	70 57 61	38 70 77

TABELA 4

Relações significativas entre counting-on *e contagem continuada e adição com início desconhecido e tarefa da loja*

		Tarefas de composição aditiva	
		Adição com início desconhecido	Tarefa da loja
counting-on	sessão 1	n.s.	X^2=9.3; df=1; p>.01
	sessão 2	X^2=6.9; df=1; p>.01	X^2=5.9; df=1; p>.05
	sessão 3	n.s.	X^2=6.6; df=1; p=.01
contagem continuada	sessão 1	X^2=61.01; df=1; p>.001	X^2=33.6; df=1; p>.001
	sessão 2	X^2=71.01; df=1; p>.001	X^2=36.2; df=1; p>.001
	sessão 3	X^2=62.01; Df=1; p>.001	X^2=35.2; df=1; p>.001

tam o argumento de que o conhecimento informal da composição aditiva – em qualquer das formas avaliadas –, pressupõem a capacidade da criança poder contar a partir de qualquer número na lista, mas não o seu conhecimento da estratégia de *counting-on*.

Relativamente à relação entre a contagem continuada e *counting-on*, nenhuma criança que desconhecesse a primeira foi capaz de usar *counting-on* (com raras excepções, uma na primeira sessão e outra na segunda sessão). Estes dados apoiam o modelo sugerido por Secada et al. (1983), o qual propõem que a contagem continuada é um percurssor da estratégia de *counting-on*.

A Tabela 4 compara a significância da relação entre ambos a contagem continuada e o uso de *counting-on*, e as tarefas de composição aditiva. De acordo com testes de Mcnemar, a relação entre a contagem continuada e os problemas de adição com início desconhecido é significativa em todas as sessões de avaliacão. Por outro lado, a relação entre *counting-on* e os problemas de adição com início desconhecido é significativa apenas na segunda sessão de avaliação. As relações entre ambas *counting-on* e contagem

TABELA 5

Relação entre counting-on*, contagem continuada e tarefas de composição aditiva entre sessões de avaliação diferentes*

		Tarefas de composição aditiva							
		Adição com início desconhecido				*Tarefa da loja*			
		sessão 2		sessão 3		sessão 2		sessão 3	
		incor.	cor.	incor.	cor.	incor.	cor.	incor.	cor.
counting-on	não	82	20	68	34	60	42	51	51
(sessão 1)	sim	16	34	10	40	5	45	2	48
counting-on	não			58	23			49	32
(sessão 2)	sim			20	51			4	67
Contagem	não	42	2*	41	3**	40	4†	36	8†
continuada (S1)	sim	56	52	37	71	25	83	17	91
Contagem	não			24	1			23	1
continuada (S2)	sim			54	73			30	98

* estas crianças mostraram contagem continuada (CC) na segunda avaliação.
** duas destas crianças mostraram CC na sessão 2; a outra criança mostrou CC na sessão 3.
† três destas crianças mostraram CC na sessão 2.
†† sete destas crianças mostraram CC na sessão 2; a restante fê-lo na sessão 3.

continuada e a tarefa da loja são igualmente significantes, embora exista um grau de significância maior entre a contagem continuada e a tarefa da loja – de acordo com os valores do X^2 e os valores de ‘p’, mostrados no lado direito da Tabela 4.

2.4. *Efeitos predictores da contagem continuada*

De forma a explorar o efeito do conhecimento da contagem continuada (CC) nas tarefas de composição aditiva, foram feitas correlações (coeficiente de Spearman) entre os resultados obtidos em sessões de avaliação diferentes. Os resultados mostram que existe uma correlação significativa entre a contagem continuada (na primeira avaliação) e ambos, a tarefa da loja ($r=0.6$, $p<0.001$) e os problemas de adição com início desconhecido ($r=0.5$, $p<0.001$), na terceira avaliação. Isto sugere que as crianças que têem conhecimento prévio da contagem continuada estão melhor posicionadas para a compreensão da composição aditiva do número, mais tarde.

A Tabela 5 apresenta a tabulação cruzada dos resultados obtidos na tarefa de contagem continuada em avaliações anteriores, com os resultados das tarefas de composição aditiva, em avaliações posteriores – i.e. entre a primeira e a segunda avaliação; entre a primeira e a terceira avaliação; entre a segunda e a terceira avaliação. A Tabela 5 mostra que, com raras excepções, as crianças que não passaram a tarefa de contagem continuada na primeira avaliação, não conseguiram passar nas tarefas de composição aditiva nas segunda e terceira avaliações. Note-se que dentro do grupo de poucas crianças que não conseguiram passar a tarefa de contagem continuada na primeira sessão de avaliação, mas passaram uma ou as duas tarefas de composição aditiva na terceira sessão, todas aprenderam a contagem continuada em algum momento entre a primeira e terceira avaliação. O mesmo aconteceu entre a segunda e a terceira avaliação. Estes dados aumentam a base de suporte para o argumento de que a contagem continuada é uma condição necessária para a compreensão da composição aditiva.

Por outro lado, um número elevado de crianças que não conseguiram usar *counting-on* nas primeiras sessões de avaliação conseguiram, mesmo assim, passar as tarefas de composição aditiva na segunda e terceira sessão de avaliação. Um exemplo deste padrão é a relação entre o uso de *counting-on* na primeira avaliação e sucesso na tarefa da loja, na terceira avaliação: das cento e duas crianças que não usaram *counting-on* na primeira avaliação, metade (51) conseguiu passar a tarefa da loja na terceira avaliação.

3. DISCUSSÃO

Os resultados deste estudo mostram que o uso da estratégia de *counting-on* depende da situação matemática com que a criança se depara. Infere-se, por conseguinte, que a utilização desta estratégia não representa um desenvolvimento conceptual em si, mas uma ferramenta que pode ser mais ou menos útil, conforme a situação (Baroody & Gannon, 1984). No caso da nossa amostra, as crianças tenderam a usar *counting-on* na tarefa de adição com uma parcela escondida, mais do que em qualquer outra, o que reforça a ideia que esta tarefa é a mais adequada para o ensino de *counting-on* às crianças. No entanto, o facto de que um número substancial de crianças conseguiu passar a tarefa de parcela escondida usando apenas a estratégia de *counting-all*, confirma a nossa hipótese de que a resolução desta tarefa *per se* não representa prova de conhecimento de *counting-on* (Martins-Mourão & Cowan, 1997; Martins-Mourão & Cowan, 1998). Torna-se mesmo assim necessária uma análise cuidadosa das estratégias utilizadas na tarefa de parcela escondida, antes de proceder a qualquer classificação.

Os dados revelam ainda que a contagem continuada, possível a partir dos três anos de idade, é percurssora da estratégia de *counting-on*, que emerge entre os seis e os sete anos de idade. Estes resultados são consistentes com a descoberta de Secada et al. (1983), que propuseram um modelo hierarquizado de estratégias, baseado em dados de uma amostra de 73 crianças com idades entre os 6,6 e os 7,6 anos. De acordo com este modelo, *counting-on* envolve três capacidades distintas: (1) a capacidade de continuar a contar a partir de um número arbitrário; (2) a capacidade de fazer a transição entre o número cardinal da primeira parcela e o significado desse número na linha de contagem; e (3) a capacidade de deixar de ver os objectos em cada conjunto como entidades separadas, e passar a vê-los como objectos incluídos na contagem combinada dos dois conjuntos, ou o conjunto-resultado. Consistentemente com a sugestão de Secada et al. (1983), também os resultados aqui esclareceram que, salvo raríssimas excepções, as crianças que não tinham ainda descoberto a contagem continuada não conseguiam usar *counting-on*.

Relativamente à relação entre os problemas de adição com início desconhecido e a tarefa da loja, os dados indicam que estas duas tarefas representam duas formas diferentes de estimar a compreensão de composição aditiva em crianças, e que os problemas de adição com início desconhecido representam maior dificuldade para as crianças – em comparação com a tarefa da loja. É possível passar em qualquer das duas tarefas, não tendo resolvido a outra. No entanto, foram muito poucas as crianças que passaram os problemas de adição com início desconhecido, não tendo resolvido a tarefa da loja. Uma possível explicação para esta diferença nos resultados, é que os problemas de adição com início desconhecido avaliam um tipo de conhecimento mais conceptual – onde por exemplo a utilização de cubos não representa uma ajuda ao desempenho da criança –, enquanto que a tarefa da loja está direccionada para uma compreensão mais intuitiva sobre o princípio da composição aditiva do número.

No que se refere à relação entre counting-on e as tarefas utilizadas para estimar composição aditiva, os resultados demonstram que embora as crianças com conhecimento de *counting-on* obtenham melhores resultados nas tarefas de composição aditiva, muitas crianças resolveram estas tarefas sem ter demonstrado qualquer conhecimento de *counting-on*. Estes dados não oferecem suporte à hipótese de que *counting-on* é condição necessária – ainda que insuficiente –, para a compreensão da composição aditiva do número (Nunes & Bryant, 1996).

Pelo contrário, os dados apoiam a hipótese de que a utilização de *counting-on* é sobretudo uma consequência da compreensão da composição aditiva (Resnick, 1983) e, muito provavelmente, a consequência de certa proficiência na resolução de problemas de adição (Carpenter & Moser, 1983; Riley et al., 1983). Existe a possibilidade de que algumas crianças neste estudo possam não ter exibido *counting-on* embora conhecessem esta estratégia – como ficou demonstrado por Siegler e Jenkins (1989) –, o que poderia ter enviesado os nossos resultados. No entanto, essa probabilidade parece-nos muito pouco provável, considerando que avaliámos a possibilidade de utilização desta estratégia nas mesmas crianças em cinco situações diferentes.

Pelo contrário, os dados apresentados sugerem que o conhecimento (i.e. *skills*) envolvido na contagem continuada é bastante mais importante do que até aqui foi sugerido em estudos prévios. Nenhuma das crianças, em qualquer momento, conseguiu passar as tarefas de composição aditiva, sem ter resolvido a tarefa de contagem continuada. Estes resultados apoiam a hipótese de que a contagem continuada é, até o momento, o percursor mais antigo da compreensão informal de composição aditiva do número, cuja subsequente 'formalização' se baseia nestas primeiras noções informais. Mais ainda, enquanto que ambos *counting-on* e a capacidade de combinar moedas de diferentes denominações se desenvolvem a partir da contagem continuada, os dados sugerem que não existe relação entre eles.

A importância da contagem continuada já tinha sido referida por Davydov (1969), tendo sugerido este autor Soviético que o seu desenvolvimento estaria relacionado com a compreensão da adição. Infelizmente, Davydov nunca apresentou dados que ilustrassem a sua hipótese, dados esses que são finalmente apresentados neste estudo.

Baseados nos resultados aqui apresentados e discutidos, parece-nos possível sugerir que o argumento apresentado por Nunes e Bryant (1996) que *counting-on* poderá representar a primeira experiência da criança com unidades de diferentes denominações e, por conseguinte, «o impulso para a compreensão do sistema de numeração com base-10» (Nunes & Bryant, 1996, p. 52), encontra maior justificação na sua aplicação à contagem continuada.

De forma semelhante à criança que utiliza *counting-on*, também a criança que continua a contar a partir de 10, por exemplo, deverá integrar este número como uma unidade de tamanho diferente, composta por dez unidades, de tamanho um. A literatura indica que existem resultados prévios que oferecem suporte ao argumento de que a criança é capaz de estabelecer esta relação, muito antes do que se tinha pensado, por volta dos 3 ou 4 anos de idade (Fuson et al., 1982). Ginsburg (1977), por outro lado, sugere que as crianças precisam de formar as sua próprias teorias sobre as relações numéricas, antes de conseguir compreender convenções numéricas mais complexas. A prática da contagem continuada oferece essa possibilidade.

De ponto de vista semelhante, Karmiloff-Smith (1995) refere que as crianças re-descrevem o seu conhecimento passando por níveis progressivos de sofisticação. De novo, parece-nos possível traçar este caminho de complexificação crescente, entre a contagem continuada e a compreensão dos princípios envolvidos no sistema de numeração. Os resultados aqui apresentados servem de base à sugestão de que uma das primeiras ideias da criança sobre o sistema decimal – em si, uma convenção numérica complexa –, não se desenvolve a partir da capacidade de contar unidades de denominação diferente (Carraher, 1986; Nunes & Bryant, 1996), mas da possibilidade de cortar e manipular a linha-numérica, o que acontece entre os três e os quatro anos de idade. Sabemos, no entanto, que esta compreensão não é, por si só, suficiente para a compreensão da composição aditiva.

Os dados aqui apresentados são, nesta fase, exploratórios e aguardam a confirmação de resultados oferecidos por estudos de intervenção. Por outro lado, serão necessários outros estudos que clarifiquem quais são as outras estruturas conceptuais que podem ajudar as crianças na sua compreensão da composição aditiva do número.

As pistas para esta investigação parecem estar em estudos realizados previamente. A hipótese apresentada por Nunes e Bryant (1996) de que a adição tem um papel neste desenvolvimento, merece ser investigada, ainda que numa outra direcção. Este novo rumo é providenciado por Resnick (1983), quem indicou que a compreensão inicial dos problemas de Parte-Todo – utilizados para estimar a compreensão de composição aditiva (i.e. ?+3=8) –, pode ser avaliada com problemas de adição com resultado desconhecido (i.e. 5+3=?). Note-se que os problemas de adição com início desconhecido usados neste estudo foram problemas de Parte-Todo, de relativa complexidade.

Considerando que o conhecimento da adição é condição necessária insuficiente para a capacidade de combinar unidades de denominações diferentes (Nunes & Bryant, 1996) – assim como o é a contagem continuada –, parece-nos possível postular que a emergência do conhecimento da composição aditiva do número (e a compreensão do sistema de numeração) depende do desenvolvimento interrelacionado entre a utilização da contagem continuada e o conhecimento da adição.

4. IMPLICAÇÕES EDUCACIONAIS

Uma das vantagens de considerar o conhecimento da estrutura do sistema de numeração e a compreensão do valor de posição como duas estruturas conceptuais diferentes (e.g. Martins-Mourão, 1997) permite a programação de estratégias de ensino distintas, para o ensino de uma e de outra. Desta perspectiva fica, em primeiro lugar, claro que existe um processo de desenvolvimento de acordo com o qual as crianças só podem compreender o valor de posição depois de terem apreendido a estrutura do sistema de numeração. Em segundo lugar, fica igualmente esclarecido que compensa investir no conhecimento da estrutura do sistema de numeração desde os cinco ou seis anos de idade, sem que sejam necessários grandes conhecimentos sobre números escritos. Em terceiro lugar, esclarece-se que só compensa investir na compreensão do valor de posição depois de cumprida a primeira etapa de compreensão da estrutura do sistema de numeração, por volta dos sete anos de idade. Finalmente, os resultados apresentados neste artigo suportam a ideia de que a compreensão da estrutura do sistema de numeração (baseada na composição aditiva do número) pode ser vista como tendo dois sub-componentes fundamentais: a contagem continuada e a adição.

O investimento na compreensão destes dois sub-componentes pode começar cedo, durante a idade pré-escolar. Práctica com a contagem-continuada, desde os quatro anos, ajudará a criança a ver a linha-numérica como uma entidade manipulável mentalmente. Da mesma forma, a contagem continuada poderá ajudar a criança a ver a linha-numérica como uma composição de unidades de tamanhos diferentes. Um pouco mais tarde, aos cinco ou seis anos, a adição poderá ensinar à criança que qualquer número poderá ser composto de unidades de tamanhos diferentes, ou seja, 12= dez-dois, por exemplo.

Este tipo de abordagem está implícita nas línguas orientais, como o Chinês ou o Japonês, onde os números são vistos como composições de dezenas e unidades; e.g. «doze» é referido como dez-dois. Os sistemas de numeração em língua portuguesa, inglesa e francesa, são, no entanto, opacos no que se refere a números entre o onze e o vinte (com alguma variações), o que representa um obstáculo para a extensão da contagem para além do dez. Por exemplo, o número treze não esclarece de imediato que 13 é igual a dez-três (no entanto, o número 23 revela de imediato a sua composição de vinte-três).

Esta relativa opacidade do nosso sistema poderá ser resolvida pela integração da contagem simples (unidades simples), na contagem complexa (unidades, dezenas, centenas, etc.), como um todo. Esta integração poderá ser facilitada com o uso de moedas correntes, onde a estrutura do sistema de numeração se torna explícita.

REFERÊNCIAS

Aubrey, C. (1993). An investigation of the mathematical competencies which young children bring into school. *British Educational Research Journal, 19* (1), 19-27.

Baroody, A. J., & Gannon, K. E. (1984). The development of the commutativity principle and economical addition strategies. *Cognition and Instruction, 1* (3), 321-339.

Carraher, T. N. (1985). The decimal system. Understanding and notation. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematical Education* (Vol. 1, pp. 288-303). Utrecht, Holland: University of Utrecht, Research Group on Mathematics Education and Computer Center.

Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 7-44). New York: Academic Press.

Davydov, V. V. (1969). On the formation of an elementary concept of number by the child. In J. Wilson (Ed.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics* (Vol. 13, pp. 24-32). Chicago: University of Chicago Press.

Fuson, K. C., Richards, J., & Briars, D. J. (1982). The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. J. Brainerd (Ed.), *Children's logical and mathematical cognition* (pp. 33-92). New York: Springer-Verlag.

Fuson, K. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction and place value. *Cognition and Instruction, 7* (4), 343-403.

Martins-Mourão, A. (1997). Factores cognitivos do insucesso na matemática: conhecimento do sistema de numeração e compreensão do valor de posição em crianças dos 4 aos 7 anos. *Análise Psicológica, 15* (4), 573-585.

Martins-Mourão, A., & Cowan, R. (1997). Precursors of additive composition of number. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, p. 246). Lahti, Finland: University of Helsinki, Lahti Research and Training Center.

Martins-Mourão, A., & Cowan, R. (1998). The emergence of additive composition of number. *Educational Psychology, 18* (4), 377-389.

Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.

Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York: Academic Press.

Resnick, L. B. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perlumutter (Ed.), *Perspectives on intellectual development: Minnesota Symposia on Child Psychology* (Vol. 19, 159-194). New York: Erlbaum.

Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem solving ability in arithmetic. In H. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.

Riley, M. S., & Greeno, J. G. (1988). Developmental analysis of understanding language about quantities and solving problems. *Cognition and Instruction, 5*, 49-101.

Secada, W. G., Fuson, K. C., & Hall, J. W. (1983). The transition from counting-all to counting-on in addition. *Journal for Research in Mathematics Education, 14*, 47-57.

Siegler, R. S., & Jenkins, E. A. (1989). *How children discover new strategies*. Hillsdale, N. J: Lawrence Erlbaum Associates.

Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction. In T. Carpenter, J. Moser, & T. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Inc.

RESUMO

O conhecimento do sistema de numeração baseia-se na compreensão da composição aditiva do número, ou seja, na compreensão de que qualquer número é composto pela soma sucessiva de várias centenas, dezenas e unidades (e.g. 222 = 100 + 100 + 10 + 10 + 1 + 1). A compreensão da composição aditiva do número tem sido inferida através de duas competências distintas. Por um lado, a manipulação de quantidades na resolução de problemas aritméticos. Por outro, a utilização de moedas com diferentes denominações (um, dez, cem), em tarefas de compra e venda. Simultaneamente, tem sido sugerido que a utilização da estratégia de *counting-on* na resolução de problemas de adição é percursora do conhecimento da composição aditiva. O uso de *counting-on*, por sua vez, pressupõe a capacidade de continuar-contagem (i.e. *continue counting*) a partir de qualquer número maior que 1. No presente estudo, 152 crianças com idades compreendidas entre os 4 e o 7 anos foram testadas em três ocasiões durante o ano escolar, resolvendo tarefas com problemas aritméticos contados em forma de história, tarefas de compra e venda, e tarefas de contagem continuada. A verificação de uso da estratégia de *counting-on* foi também investigada com várias tarefas aritméticas. Os resultados indicam que as crianças obtiveram mais sucesso nas tarefas de compra e venda do que nos problemas aritméticos. Apenas as crianças com sucesso na tarefa de contagem continuada passaram em qualquer das outras tarefas. Em contraste, várias crianças passaram a tarefa de compra e venda sem ter demonstrado uso da estratégia de *counting-on* na resolução de problemas aritméticos. Sendo certo que a estratégia de *counting-on* e o sucesso na combinação de moedas de diferentes denominações (requerida nas tarefas de compra e venda) se desenvolvem a partir da contagem continuada, não parece haver uma ligação entre elas. O artigo discute novas possibilidades para a explicação da compreensão do sistema de numeração, através da emergência da composição aditiva do número em crianças com idade pré-escolar.

Palavras-chave: Sistema de numeração, composição aditiva do número, educação matemática.

ABSTRACT

Two competences have been used to infer a grasp of additive composition of numbers: rearranging quantities to solve arithmetic word problems and constructing amounts with coins of different denominations in shopping tasks. The use of a *counting-on* strategy to solve addition problems has been suggested to be a precursor of additive composition. *Counting-on* presupposes an ability to continue counting from a number greater than one. In the present study, 152 children between 4 and 7 years old were tested on story problems, shopping tasks and continuation of counting. Use of the *counting-on* strategy was sought in a variety of arithmetical tasks. Each child was tested on three occasions during a school year. Children were more likely to succeed on the shopping task than on arithmetic word problems. Only children who could continue counting succeeded on these tasks. In contrast, several passed the shopping task without using counting-on to solve arithmetical problems. While both *counting-on* and the ability to combine coins of different denominations develop from continuation of counting, there is no necessary link between them.

Key words: Numeration system, additive composition of number, mathematical cognition.