

Relação Hipsométrica Geral para *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal

Margarida Tomé*, Fernanda Ribeiro e Sónia Faias****

* Professora Catedrática

** Engenheira Florestal

Instituto Superior de Agronomia. Departamento de Engenharia Florestal, Tapada da Ajuda, 1349-017 LISBOA

Sumário. Para a determinação do volume da árvore, e conseqüentemente, para a determinação do volume do povoamento, a altura da árvore é uma variável essencial. Em muitos casos esta variável não é medida directamente no campo, recorrendo-se à sua estimação indirecta pela utilização de uma relação hipsométrica, ou seja, de uma equação para a predição da altura de uma árvore em função do seu diâmetro e de variáveis do povoamento. As relações hipsométricas existentes apresentam algumas limitações ao nível da sua aplicabilidade, por isso neste trabalho, foi desenvolvida uma curva hipsométrica geral com dados representativos de toda a área de expansão do eucalipto em Portugal.

Palavras-chave: *Eucalyptus globulus* Labill; relação hipsométrica geral

Height-Diameter Relationship for *Eucalyptus globulus* Labill. in Portugal

Abstract. Tree height is an important variable for determining the tree volume and the stand volume. Sometimes tree height is not measured in the field, and for predicting it an equation is used as a function of tree diameter and other stand variables. The existing equations that express hypsometric relationships have some limitations at the application level. In this work, a general equation has been developed with data that represent all the area of eucalyptus plantations in Portugal.

Key words: *Eucalyptus globulus* Labill; general hypsometric relationship

Relation Hypsométrique pour l'*Eucalyptus globulus* Labill. au Portugal

Résumé. La hauteur totale de l'arbre est très importante pour déterminer le volume de l'arbre et le volume total du peuplement. Souvent dans l'inventaire forestier la hauteur totale n'est pas mesurée sur tous les arbres. Afin de l'estimer il est nécessaire d'utiliser une équation en fonction de variables comme le diamètre à la hauteur de poitrine et diverses variables du peuplement. Les équations disponibles présentent des limitations au niveau de l'application, donc dans ce travail une relation hypsométrique générale a été calibrée, avec des données représentatives de toute la superficie plantée d'eucalyptus au Portugal.

Mots clés: *Eucalyptus globulus* Labill; relation hypsométrique générale

Introdução

A estimação indirecta da altura da árvore é uma componente de especial importância para a determinação do volume individual (total ou mercantil) da árvore e, conseqüentemente, para a determinação do volume do povoamento.

As relações hipsométricas podem ser classificadas em locais ou gerais, dependendo do seu domínio de aplicabilidade (TOMÉ, 1988). As relações hipsométricas locais são função apenas do diâmetro a 1,30 m, e são desenvolvidas para aplicação no povoamento onde se procedeu à recolha dos dados, ou em povoamentos que apresentem características análogas. As relações hipsométricas gerais, exprimem a altura da árvore em função do seu diâmetro a 1,30 m, mas recorrem também a variáveis do povoamento, tais como a altura dominante, o diâmetro dominante, a densidade, a idade e, eventualmente, a própria localização do povoamento.

O objectivo deste trabalho é desenvolver uma relação hipsométrica geral de aplicabilidade nacional. As relações hipsométricas anteriores apresentam algumas limitações ao nível da sua aplicabilidade: a curva de TOMÉ (1988) foi desenvolvida com recurso a povoamentos com baixa variabilidade ao nível das densidades de plantação e de classes de qualidade; a curva de RIBEIRO (1998) inclui única e exclusivamente dados de uma empresa de celulose, a Silvicaima, sendo a maior parte dos dados provenientes da região do Vale do Tejo; e a curva mais recente (SOARES, 1999) foi desenvolvida utilizando dados da região Centro Litoral e inclui somente povoamentos em 1ª rotação.

Material e métodos

Dados

Os dados utilizados no desenvolvimento da curva hipsométrica foram retirados da base de dados utilizada para ajustar o modelo Globulus 2.1 (TOMÉ *et al.*, 2001). Extraíram-se desta base de dados os pares diâmetro-altura, assim como as variáveis do povoamento necessárias, e eliminaram-se observações com grande probabilidade de estarem erradas ou que apresentavam valores extremos (*outliers*) para esta relação. No final obtiveram-se 327 006 observações.

A análise da distribuição dos dados pelas regiões climáticas utilizadas no modelo Globulus 2.1 (RIBEIRO e TOMÉ, 2000) levou à conclusão de que neste conjunto inicial de dados existiam duas regiões densamente amostradas, a região Centro Litoral (3CL) com povoamentos em 1ª rotação, e a região do Vale do Tejo (6VT) com povoamentos em 1ª rotação e talhadia. Por este motivo decidiu-se limitar o número máximo de observações por região e por regime de exploração (alto fuste / talhadia), eliminando dados de uma forma aleatória. Neste processo foi garantida a permanência de dados provenientes de ensaios de compassos, pertencentes à região Centro Litoral (3CL), pelo facto de apresentarem idades muito jovens e uma grande variabilidade ao nível das densidades de plantação, enriquecendo deste modo, o conjunto final de dados.

A Figura 1.a), relação entre o índice de qualidade da estação e a idade dos povoamentos para as parcelas em 1ª rotação, mostra uma distribuição razoavelmente uniforme, variando as classes de qualidade entre 8 e 30 metros e as idades entre os 4 e os 20 anos. Para

idades superiores, predominam somente classes de qualidade relativamente altas correspondendo a um reduzido número de parcelas que foram abatidas numa idade tardia. No caso das talhadias, Figura 1.b), o intervalo de idades representado é bastante menor, nunca ultrapassando os 20 anos, apresentando o índice de qualidade de estação uma variação entre 10 e 25 metros. A Figura 2.a) apresenta a relação entre a densidade e a dimensão média (dg - diâmetro médio quadrático) das árvores nos povoamentos em 1ª rotação. A

ocorrência de densidades muito altas deve-se essencialmente aos dados provenientes dos ensaios de compassos e os povoamentos com árvores de grandes dimensões correspondem a parcelas permanentes que foram cortados numa idade mais avançada, conforme foi identificado para a Figura 1.a). Os povoamentos em talhadia, Figura 2.b), comparativamente às primeiras rotações, apresentam árvores com menores dimensões em consequência da gama de idades mais restrita e das densidades superiores.

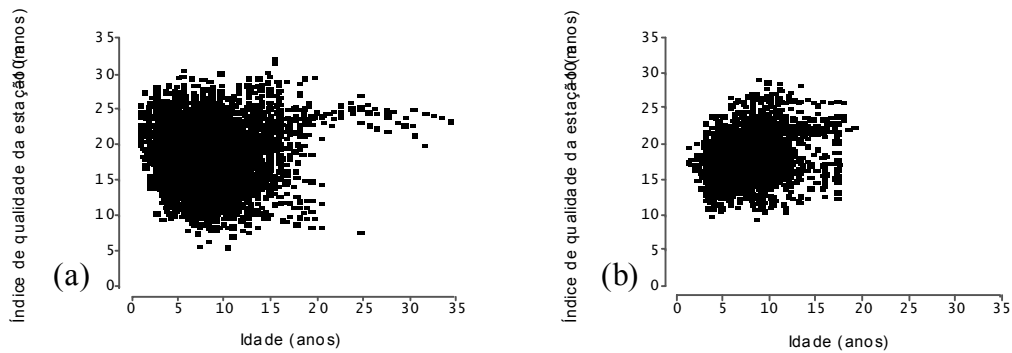


Figura 1 - Variação do índice de qualidade da estação com a idade para povoamento em (a) 1ª rotação e (b) talhadia

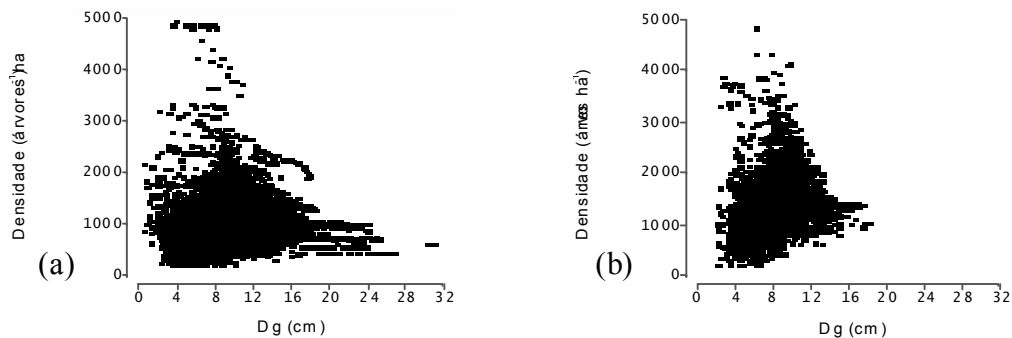


Figura 2 - Variação da densidade com o diâmetro médio quadrático para povoamentos em (a) 1ª rotação e (b) talhadia

O conjunto final de dados, com 177 331 observações, foi sujeito a uma partição, para posterior validação das funções candidatas. Para o efeito, o conjunto foi partido em dois subconjuntos com recurso a amostragem estratificada de acordo com a região, rotação, qualidade da estação e classes de idade. A casualização foi feita ao nível da medição da parcela e não da árvore individual, daí os dois sub-conjuntos apresentarem uma grande semelhança nas variáveis que caracterizam o povoamento. Nos quadros 1 a 4

apresenta-se a caracterização dos dados de cada um dos sub-conjuntos por região do modelo Globulus 2.1 e sistema de exploração. Analisando estes quadros é possível verificar que os dados apresentavam alguns problemas: a região INL tem uma representatividade escassa, uma vez que quase todas as observações pertencem ao ensaio de compassos da Quinta do Paço, localizado numa estação excelente, e os dados relativos a povoamentos em talhadia são também escassos para a maior parte das regiões.

Quadro 1 - Caracterização por região do sub-conjunto 1 de dados utilizado no desenvolvimento da curva hipsométrica geral (1ª rotação)

Variável	REGIÃO							
	Norte litoral	Norte centro	Centro litoral	Sul litoral	Norte interior	Vale do Tejo	Sul interior	Vale do Douro
Nobs	2988	10826	22563	4522	1942	13408	6601	-
dap								
Min	0,55	0,30	0,30	4,00	4,00	0,30	4,00	
Média	9,33	8,37	12,96	13,10	13,55	11,39	7,48	
Max	23,30	38,70	41,35	29,00	29,20	35,00	24,80	
h								
Min	2,20	1,10	1,35	3,50	4,00	1,10	2,50	
Média	12,26	10,19	14,80	14,62	13,74	12,24	7,77	
Max	24,50	29,50	39,00	30,00	27,00	34,00	26,00	
Npl								
Min	1122	625	425	625	900	525	572	
Média	2607	1705	1410	1178	1346	1213	113	
Max	5000	5078	3713	2075	2000	2863	1982	
Idade								
Min	2,58	1,33	0,60	3,42	6,24	1,08	3,05	
Média	3,92	4,64	10,48	7,40	9,41	7,60	13,49	
Max	10,66	18,45	32,80	12,58	11,91	19,83	4,72	
Iqe								
Min	13,85	8,84	8,14	10,49	6,75	8,01	9,76	
Média	26,64	22,42	20,17	19,42	16,18	28,95	24,74	
Max	28,81	28,84	31,77	28,10	26,02	17,75	15,34	

Quadro 2 - Caracterização por região do sub-conjunto 1 de dados utilizado no desenvolvimento da curva hipsométrica geral (talhadia)

Variável	REGIÃO							
	Norte litoral	Norte centro	Centro litoral	Sul litoral	Norte interior	Vale do Tejo	Sul interior	Vale do Douro
Nobs	-	2623	12420	679	156	10588	41	-
dap								
Min		0,70	0,60	5,00	5,50	1,20	5,70	
Média		9,98	10,48	11,31	11,69	10,03	10,21	
Max		27,50	32,80	22,50	20,20	31,50	17,80	
h								
Min		1,70	1,60	7,00	7,50	2,50	8,50	
Média		13,34	14,01	15,10	14,79	13,11	22,50	
Max		29,50	33,50	27,50	22,50	31,00	14,32	
pl								
Min		1050	950	1000	1425	645	1300	
Média		2372	1941	1603	1681	1826	1593	
Max		4030	4401	2450	1800	4914	1725	
Idade								
Min		1,74	1,08	5,08	6,08	2,58	5,66	
Média		7,58	7,87	7,44	8,84	7,33	6,87	
Max		14,91	18,41	10,74	10,41	17,13	7,32	
Iqe								
Min		11,87	10,83	12,19	14,88	10,83	17,04	
Média		18,88	19,51	19,45	17,97	18,21	19,43	
Max		29,43	28,70	25,13	19,89	29,06	22,86	

Quadro 3 - Caracterização por região do sub-conjunto 2 de dados utilizado no desenvolvimento da curva hipsométrica geral (1ª rotação)

Variável	REGIÃO							
	Norte litoral	Norte centro	Centro litoral	Sul litoral	Norte interior	Vale do Tejo	Sul interior	Vale do Douro
Nobs	1792	10250	23966	4512	1823	13346	6610	-
dap								
Min	0,70	0,30	0,30	4,00	4,00	0,30	4,00	
Média	11,76	9,37	13,02	13,23	13,31	11,22	7,57	
Max	23,85	37,00	41,40	31,30	27,60	33,00	26,50	
h								
Min	2,50	1,40	1,35	3,50	4,00	1,30	2,50	
Média	15,53	11,51	14,88	14,80	13,52	12,05	7,88	
Max	26,75	29,00	39,00	30,00	24,50	33,50	25,00	
Npl								
Min	1122	625	500	750	325	564	572	
Média	2510	1709	1393	1180	1127	1207	1147	
Max	5000	5078	3713	2075	1775	2600	1937	
Idade								
Min	3,58	1,25	0,92	3,42	6,16	1,46	3,05	
Média	5,70	5,13	8,81	7,48	9,10	7,47	4,84	
Max	12,08	19,41	34,32	14,16	11,91	20,83	13,49	
Iqe								
Min	15,57	8,62	1,89	10,18	5,79	7,40	10,21	
Média	25,97	22,41	20,26	19,46	16,28	17,72	15,26	
Max	27,75	29,86	32,52	28,13	23,76	28,87	23,90	

Quadro 4 - Caracterização por região do sub-conjunto 2 de dados utilizado no desenvolvimento da curva hipsométrica geral (talhadia)

Variável	REGIÃO							
	Norte litoral	Norte centro	Centro litoral	Sul litoral	Norte interior	Vale do Tejo	Sul interior	Vale do Douro
Nobs	-	2543	11865	655	139	10426	47	-
dap								
Min		2,00	1,00	5,10	5,50	0,90	5,30	
Média		10,36	10,80	11,28	10,72	9,99	9,98	
Max		27,50	31,50	22,00	18,50	29,00	16,40	
h								
Min		4,00	1,80	6,50	7,0	2,40	8,50	
Média		14,12	14,45	15,35	14,04	13,05	13,62	
Max		29,50	33,50	27,50	22,00	31,50	20,00	
Npl								
Min		1050	665	1000	1575	645	1625	
Média		2441	1915	1625	1707	1811	1672	
Max		3902	5025	2275	1800	4880	1725	
Idade								
Min		3,91	1,08	5,08	6,08	1,93	5,66	
Média		7,95	8,07	7,54	7,86	7,28	6,02	
Max		13,49	19,08	11,66	10,00	17,13	6,24	
Iqe								
Min		13,32	11,52	11,81	16,46	9,64	14,69	
Média		19,35	19,68	19,73	18,35	18,18	18,90	
Max		28,25	27,81	24,47	20,24	28,85	21,05	

Funções candidatas

Foram seleccionadas como funções candidatas somente as melhores funções não lineares dos trabalhos de TOMÉ (1988), RIBEIRO (1998) e SOARES (1999):

$$h = h_{dom} e^{a \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right)}$$

MICHAILOFF (1943) modificada por TOMÉ (1988)

$$h - h_0 = h_{dom} \left(1 + a e^{b h_{dom}} \right) \left(1 - e^{-c \frac{d}{h_{dom}}} \right)$$

HARRISON *et al.* (1986)

TOMÉ (1988), partindo de curvas hipsométricas locais, deduziu relações hipsométricas gerais restringindo as funções de forma a passarem no ponto (ddom, hdom), como é o caso da curva hipsométrica de MICHAILOFF (1943) modificada por TOMÉ (1988).

A formulação do modelo HARRISON *et al.* (1986) garante que a assíntota é próxima da altura dominante, podendo excedê-la se necessário. Este modelo foi testado considerando duas versões, uma sem qualquer restrição e outra com restrição da curva ao ponto (0, 1,30 m). Esta última versão apresenta a vantagem de não permitir alturas estimadas inferiores a 1,30 m, uma vez que este valor corresponde à altura mínima exigida para que possam existir valores de diâmetro.

Para cada uma das funções candidatas, foi testada a hipótese de os seus parâmetros poderem ser combinações lineares de características particulares do povoamento. Assim, para cada um dos parâmetros das funções candidatas foram testados o efeito da região, da rotação (rot), da qualidade da estação

(iqe ou hdom), da densidade (N ou Npl), da dimensão das árvores (dg, dmax ou ddom) e da idade. A variável região foi definida de acordo com a estrutura hierárquica de variáveis indicatrizes apresentadas em RIBEIRO e TOMÉ (2000) e utilizada no modelo Globulus 2.1 (TOMÉ *et al.*, 2001). A rotação foi definida com base numa variável indicatriz (rot) que toma o valor 0 para povoamentos em 1ª rotação e 1 quando em talhadia.

As funções candidatas, assim como as suas variantes, com um maior ou menor número de parâmetros, de modo a incluir a influência das diversas variáveis, foram ajustadas com todo o conjunto de dados. O número de variáveis envolvidas é bastante grande e, contemplando as respectivas interações, originam-se inúmeros modelos alternativos, alguns dos quais extremamente complexos e nos quais se torna difícil analisar a lógica das estimativas encontradas para os parâmetros. Os modelos demasiado complexos e com muitas interações entre variáveis podem ser afectados pela existência de correlações entre os parâmetros, sendo por consequência instáveis e com capacidade preditiva inferior à de outros modelos mais simples, mesmo que com um pior ajustamento aos dados. Assim, para ultrapassar este problema, por um lado, e também para reduzir o número de modelos a testar foram tomadas as seguintes decisões:

- Uma mesma variável só pode afectar um dos parâmetros da mesma equação; em consequência da elevada correlação que se verifica entre os diversos parâmetros das funções, a inclusão da mesma variável de controlo em mais do que um parâmetro impossibilitava a análise da lógica dos sinais das estimativas obtidas para os coeficientes.

- A interacção do efeito da rotação com a região só foi analisado em relação à variável indicatriz de nível 1 (reg1), a qual separa os povoamentos a Norte dos povoamentos a Sul, em virtude da fraca representatividade dos dados de povoamentos em talhadia na maior parte das regiões,

- o efeito da região só foi testado após encontrar o melhor modelo, incluindo outras variáveis de controlo;

Esta análise prévia permitiu identificar um pequeno conjunto de funções que apresentavam melhor capacidade de ajustamento aos dados, quer em termos de propriedades estatísticas, quer em relação à interpretação lógica dos coeficientes.

Ajustamento e validação

O ajustamento e avaliação dos modelos foi feito sob forma não linear, pelo método dos mínimos quadrados, com recurso a programas desenvolvidos no módulo SAS STAT, procedimento PROC NLIN (SAS Institute 1999).

Os melhores modelos candidatos foram ajustados a cada um dos sub-conjuntos resultantes da partição descrita anteriormente.

A avaliação da capacidade preditiva de cada uma das componentes do volume foi feita com base nos resíduos de predição, dados por: $e_i = y_i - \hat{y}_i$, onde y_i é a observação i ($i=1, \dots, n$) da variável resposta do conjunto que não foi utilizado no ajustamento do modelo e \hat{y}_i é o valor estimado pelo modelo. Os resíduos de predição foram calculados, utilizando o sub-conjunto complementar (ou de validação), obtendo-se, assim, dois conjuntos de resíduos de predição. Estes resíduos de predição foram

analisados através de estatísticas que permitem avaliar a eficiência do modelo, assim como o seu enviesamento e precisão:

- eficiência de modelação ou proporção da variação explicada pelo modelo

$$ef.mod. = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2},$$

onde n é o número total de observações e \bar{y} é o valor médio dos valores observados da variável resposta.

A eficiência de modelação deve ser próxima de 1.

- média dos resíduos de predição, a qual avalia o enviesamento dos modelos

$$Mr_{PR} = \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n}$$

A média dos resíduos de predição deve ser próxima de zero.

- média do valor absoluto dos resíduos de predição, a qual avalia a precisão dos modelos

$$MAr_{PR} = \frac{\sum_{i=1}^n |e_i|}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|}{n}$$

A média do valor absoluto dos resíduos de predição deve ser pequena.

- Estatísticas descritivas de localização: percentis 99 (P99), 95 (P95), 5 (P5) e 1 (P1).

- Estes percentis dão-nos uma ideia da grandeza e distribuição dos resíduos de predição.

- Análise gráfica das médias dos resíduos de predição e dos respectivos valores absolutos em função da região, que permitem detectar enviesamentos e/ou falta de precisão e, deste modo, dão

a indicação sobre a necessidade de ajustar modelos específicos para cada região.

O modelo final para a estimação da altura foi seleccionado ponderando os resultados obtidos nos diversos critérios explicados. Os parâmetros das funções finais foram estimados com recurso a regressão ponderada através do método de estimador de Huber, em virtude dos resíduos studentizados apresentarem uma distribuição não normal, devido à existência de "pontas pesadas", e apresentarem variância não homogénea.

Resultados e discussão

Numa fase inicial, utilizando os dois sub-conjuntos de dados, para cada uma das funções candidatas, testou-se a hipótese dos seus parâmetros poderem ser expressos como combinação linear de variáveis do povoamento. Os quadros 5 e 6 apresentam de forma resumida a formulação sequencial das funções candidatas utilizando os sub-conjuntos 1 e 2, respectivamente.

Os resultados decorrentes do ajustamento, utilizando os dois sub-conjuntos, revela não existirem problemas ao nível da estabilidade dos parâmetros, sugerindo quais as curvas que devem passar para a fase de validação. Para cada uma das funções candidatas, passaram à fase de validação, uma formulação mais complexa, que engloba mais informação relativa ao povoamento e uma mais simples, correspondente àquela a partir da qual o decréscimo na soma do quadrados dos resíduos (SQE) começava a ser pouco significativo. As curvas hipsométricas seleccionadas, nesta fase, apresentam-se no quadro 7.

Quadro 5 - Estatísticas de ajustamento e parametrização das funções candidatas utilizando o sub-conjunto1 (n=89357)

Função de MICHAÏLOFF (1943) modificada por TOMÉ (1988)								
Variante ¹	Simples	+N	+hdom	+dg	+t	+rot	+reg1,reg2, reg3, reg5, reg7	
SQE	193639	189483	143375	143131	142879	142868	142046	
R ²	0,935	0,936	0,952	0,952	0,952	0,952	0,952	
Função de Harrison (h ₀ =0)								
Variante ¹	Simples	+N	+lqe	+ddom	+t	+rot	+reg7	
SQE	180428	164193	162123	150507	149545	147466	146349	
R ²	0,939	0,945	0,946	0,950	0,950	0,951	0,951	
Função de Harrison (h ₀ =1.30)								
Variante ¹	Simples	+N	+lqe	+ddom	+dg	+t	+rot	+ reg1, reg3, reg7
SQE	203988	184170	180070	162023	161599	158845	153956	153293
R ²	0,932	0,938	0,940	0,946	0,946	0,946	0,947	0,949

¹ Uma variante é idêntica à anterior acrescida de uma ou mais variáveis; e.g. +hdom, indica que a função inclui as mesmas variáveis que a anterior mais a altura dominante.

Quadro 6 - Estatísticas de ajustamento e parametrização das funções candidatas utilizando o sub-conjunto2 (n=87974)

Função de Michailoff (1943) modificada por Tomé (1988)								
Variante ¹	Simples	+N	+hdom	+dg	+t	+rot	+reg1,reg2, reg3, reg5, reg7	
SQE	186606	183265	143083	142838	142169	142122	141632	
R ²	0,935	0,937	0,951	0,951	0,951	0,951	0,951	
Função de Harrison (h ₀ =0)								
Variante ¹	Simples	+N	+lqe	+ddom	+t	+rot	+reg7	
SQE	183533	165778	163025	151023	150681	148371	147481	
R ²	0,937	0,943	0,944	0,948	0,948	0,949	0,949	
Função de Harrison (h ₀ =1.30)								
Variante ¹	Simples	+N	+lqe	+ddom	+dg	+t	+rot	+ reg1, reg3, reg7
SQE	206895	184878	179139	160723	160390	157811	153245	152670
R ²	0,928	0,936	0,938	0,944	0,945	0,945	0,947	0,947

Nas Figuras 3 e 4 apresenta-se os gráficos em papel de probabilidade normal, que foram elaborados para analisar a normalidade dos resíduos studentizados (rst) e os gráficos dos resíduos studentizados nos valores preditos elaborados para avaliar a homogeneidade da variância, respectiva-

mente, utilizando os ajustamentos realizados com o sub-conjunto 1 das variantes mais complexas das funções candidatas (M2, H12 e H22). O comportamento descrito nestas Figuras mantêm-se considerando o sub-conjunto 2, assim como para as variantes das funções candidatas mais simples.

Quadro 7 - Relações hipsométricas avaliadas na fase de validação

Designação	Função
	Michailoff (1943) modificada por Tomé (1988)
	$h = h_{dom} e^{a \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right)}$
M1	$a = a_0 + a_h * h_{dom} + a_n * N / 1000$
M2	$a = a_0 + a_h * h_{dom} + a_n * N / 1000 + a_d * dg + a_t * t + a_r * rot + a_1 * reg_1 + a_2 * reg_2 + a_3 * reg_3 + a_5 * reg_5 + a_7 * reg_7$
	Harrison <i>et al.</i> (1986)
	$h - h_0 = h_{dom} \left(1 + a e^{b h_{dom}} \right) \left(1 - e^{-c \frac{d}{h_{dom}}} \right)$
	Versão com h0=0
H11	$c = c_0 + c_n * N / 1000 + c_q * iqe + c_d * d_{dom} + c_t * t + c_r * rot$
H12	$a = a_0 + a_2 * reg_2 + a_5 * reg_5;$ $c = c_0 + c_n * N / 1000 + c_q * iqe + c_d * d_{dom} + c_t * t + c_r * rot + a_7 * reg_7$
	Versão com h0=1,30
H21	$a = a_0 + a_d * d_{dom};$ $c = c_0 + c_n * N / 1000 + c_q * iqe + c_d * dg + c_t * rot$
H22	$a = a_0 + a_d * d_{dom} + a_5 * reg_5;$ $c = c_0 + c_n * N / 1000 + c_q * iqe + c_d * dg + c_t * rot + a_1 * reg_1 + a_7 * reg_7$

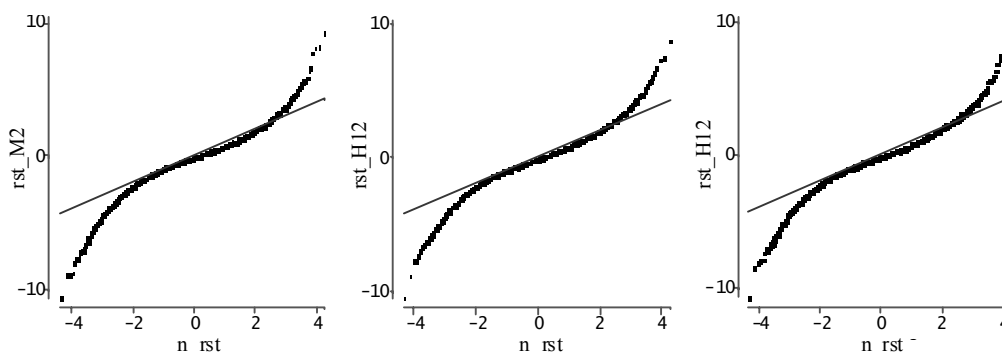


Figura 3 - Gráficos em papel de probabilidades normal para os resíduos studentizados para as funções M2, H12 e H22, quando ajustadas ao sub-conjunto 1

A análise da Figura 3 sugere que, independentemente da função utilizada, os resíduos studentizados não apresentam uma distribuição normal, pois existe um número razoável de resíduos com valor elevado nos dois

extremos. Na Figura 4, pode observar-se que, em geral, para cada uma das funções testadas, não existe uma variação sistemática dos resíduos, ou seja, não existe violação do pressuposto da homogeneidade da variância. No

entanto, a função de Michailoff, para estimativas de altura pequenas apresenta um enviesamento positivo, ou seja, uma tendência sistemática para estimar valores por defeito. Para identificar os pontos onde este enviesamento acontece procedeu-se à realização de um gráfico da relação diâmetro-altura para todos os pontos com alturas estimadas inferiores a 6 m. Podemos observar que este problema só se manifesta, geralmente, em árvores com diâmetro inferior a 3 cm, o que não constitui um motivo de eliminação desta função, visto que em termos de inventário estas árvores não são contabilizadas para o volume da parcela.

Ainda, numa tentativa de averiguar esta tendência da função de Michailoff, procedeu-se ao cálculo da média dos resíduos studentizados por classes de idade com amplitudes de 1 ano, como se pode observar na Figura 5. A curva associada à função de Michailoff apresenta no geral uma vantagem nítida em relação às restantes, somente na 1ª classe de idade a função H12 apresenta uma média dos resíduos ligeiramente menor. Assim, face aos resultados obtidos para as classes de idade mais baixas, podemos concluir que a função de Michailoff não apresenta uma desvantagem significativa em relação às outras funções para as idades jovens.

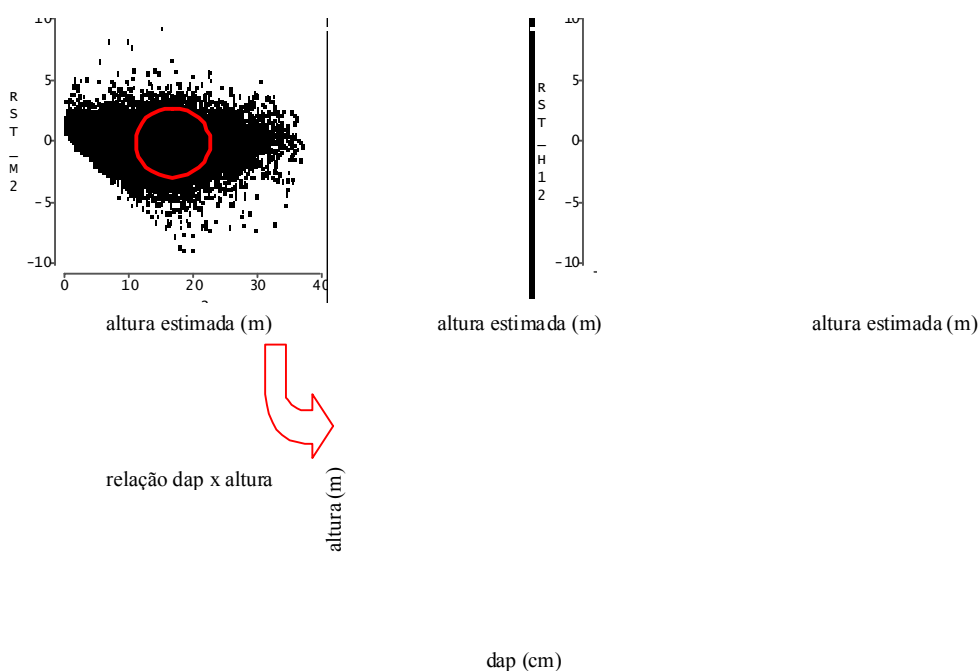


Figura 4 - Relação gráfica entre os resíduos studentizados e as estimativas da altura para as funções M2, H12 e H22, quando ajustadas ao sub-conjunto 1

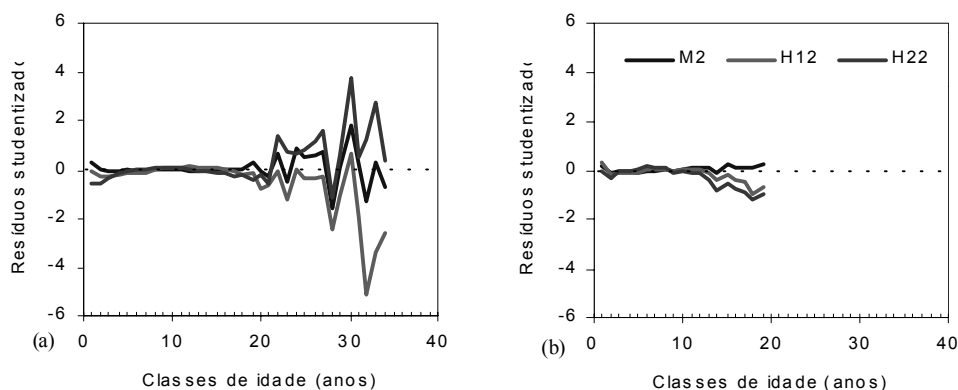


Figura 5 - Média dos resíduos studentizados por classes de idade com amplitude de 1 ano para (a) alto fuste e (b) talhadia

Seguidamente foi iniciada a fase de validação em que, para cada uma das funções seleccionadas, foram calculados os resíduos de predição utilizando o sub-conjunto de dados complementar daquele com que foram ajustadas.

No quadro 8 apresentam-se as medidas de enviesamento e precisão decorrentes do processo de validação para cada um dos sub-conjuntos. As variantes da função de Michailoff apresentaram um enviesamento positivo ao passo que as da função de Harrison apresentaram um enviesamento negativo, sendo este resultado comprovado com os dois sub-conjuntos de dados. Além disso, as variantes da função de Michailoff apresentam também, em simultâneo, um menor enviesamento e uma maior precisão que as restantes. Foi ainda realizado um estudo complementar, caracterizando a precisão e enviesamento por classes de idade, classes de qualidade da estação, classes de densidade e por região

climática, considerando sempre o efeito da rotação.

A selecção final da curva para estimação da altura recaiu sobre a função de Michailoff, por ter apresentado uma maior constância, em termos de enviesamento e precisão, durante todo o processo de validação. A parametrização mais complexa desta função (M2), apresenta vantagem preditiva em relação à variante mais simples (M1). No entanto, esta função pode não apresentar, para algumas situações, uma utilização muito expedita, em virtude de necessitar da classificação do povoamento de acordo com as regiões climáticas definidas, ou seja, é necessário conhecer o concelho em que se localiza o povoamento e a correspondência estabelecida por RIBEIRO e TOMÉ (2000) entre concelhos e regiões climáticas. Também o facto desta função utilizar como variável independente a idade do povoamento pode ser uma desvantagem porque, muitas vezes, pode ser requerido

o uso de uma relação hipsométrica para povoamentos com idade desconhecida. Assim, face a estes dois problemas, ajustaram-se, utilizando o conjunto total dos dados, 3 funções: a função de Michailoff (M2), uma variante sem a variável idade (M2-A) e uma terceira que não inclui nem a idade nem a influência da região (M2-B). No quadro 9, mostra-se que as diferenças em termos de

enviesamento e precisão entre as variantes da função M2 são mínimas.

Conclusões

No quadro 10, encontram-se os modelos finais seleccionados para a relação hipsométrica geral para a *Eucalyptus globulus* Labill. em Portugal.

Quadro 8 - Validação dos modelos candidatos para a estimação da altura da árvore

Modelo	Média r_p	Média $ r_p $	Perc. 99	Perc. 95	Perc. 5	Perc. 1	Ef. mod.
Sub-conjunto 1							
M1	0,002	0,939	3,18	2,00	-2,07	-3,50	0,951
M2	0,008	0,935	3,17	1,99	-2,06	-3,47	0,951
H11	-0,041	0,965	3,25	2,03	-2,10	-3,56	0,949
H12	-0,033	0,962	3,24	2,02	-2,10	-3,55	0,949
H21	-0,032	0,991	3,28	2,07	-2,13	-3,56	0,947
H22	-0,030	0,990	3,27	2,06	-2,12	-3,56	0,947
Sub-conjunto 2							
M1	0,024	0,934	3,16	2,00	-2,04	-3,46	0,952
M2	0,026	0,928	3,17	1,99	-2,02	-3,43	0,952
H11	-0,067	0,955	3,22	2,02	-2,11	-3,45	0,951
H12	-0,062	0,950	3,21	2,01	-2,11	-3,48	0,951
H21	-0,082	0,987	3,27	2,05	-2,13	-3,54	0,948
H22	-0,080	0,984	3,26	2,05	-2,12	-3,53	0,948

Quadro 9 - Validação das funções seleccionadas para a estimação da altura da árvore

Modelo	Média r_p	Média $ r_p $	Perc. 99	Perc. 95	Perc. 5	Perc. 1	Ef. mod.
M2	0,017	0,932	3,171	1,992	-2,040	-3,449	0,952
M2-A	0,017	0,932	3,165	1,991	-2,043	-3,465	0,952
M2-B	0,015	0,936	3,162	1,200	-2,050	-3,474	0,951

Quadro 10 - Modelos finais seleccionados para estimação da altura

Michailoff (1943) modificada por Tomé (1988)		$h = h_{dom} e^{a \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right)}$							
M2	$h = h_{dom} e^{\left[\left(a' - 0,201264 \cdot h_{dom} + 0,435485 \cdot \frac{N}{1000} - 0,069471 \cdot dg - 0,060846 \cdot t \right) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right) \right]}$								
Valores de a' para cada região e rotação		$a' = a_0 + a_r \cdot rot + a_{r1} \cdot reg1 + a_{r2} \cdot reg2 + a_{r3} \cdot reg3 + a_{r5} \cdot reg5 + a_{r7} \cdot reg7$							
Região ²	1NL	2NC	3CL	4SL	5NI	6VT	7SI	8VD	
1ª rotação	-1,386145	-1,386145	-1,489283	-1,372957	-0,936558	-1,650022	-2,238539	-1,650022	
Talhada	-1,317390	-1,317390	-1,420528	-1,304202	-0,867803	-1,581267	-2,169784	-1,581267	
M2-A	$h = h_{dom} e^{\left[\left(a'' - 0,229121 \cdot h_{dom} + 0,447989 \cdot \frac{N}{1000} - 0,0750421 \cdot dg \right) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right) \right]}$								
Valores de a'' para cada região e rotação		$a'' = a_0 + a_r \cdot rot + a_{r1} \cdot reg1 + a_{r2} \cdot reg2 + a_{r3} \cdot reg3 + a_{r5} \cdot reg5 + a_{r7} \cdot reg7$							
Região ¹	1NL	2NC	3CL	4SL	5NI	6VT	7SI	8VD	
1ª rotação	-1,278150	-1,278150	-1,488119	-1,308358	-1,014023	-1,654885	-2,239704	-1,654885	
Talhada	-1,202930	-1,202930	-1,412899	-1,233138	-0,938803	-1,579665	-2,164484	-1,579665	
M2-B	$h = h_{dom} e^{\left[\left(a''' - 0,233239 \cdot h_{dom} + 0,548798 \cdot \frac{N}{1000} - 0,055274 \cdot dg \right) \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{d_{dom}} \right) \right]}$								
Valores de a''' para cada rotação		$a''' = a_0 + a_r \cdot rot$							
1ª rotação	-1,770086								
Talhada	-1,729112								
h - altura total (m); h _{dom} - altura dominante (m); d - diâmetro a 1.30 m de altura (cm); d _{dom} - diâmetro dominante (cm); N - densidade do povoamento; dg - diâmetro médio quadrático (cm); t - idade do povoamento; rot - rotação; reg# - variável indicatriz que define a região (RIBEIRO e TOMÉ, 2000); a', a'', a''' - parâmetros do modelo de regressão									

²De acordo com RIBEIRO e TOMÉ (2000)

Agradecimentos

Este artigo resulta do trabalho desenvolvido no âmbito do projecto de investigação PAMAF 4026 - Desenvolvimento de um sistema de apoio à avaliação da madeira em pé em povoamentos de eucalipto.

Bibliografia

CURTIS, R.O., 1967. Height-diameter and height-diameter-age equations for second growth Douglas fir. *For. Sci.* **13** : 356-375.
 HARRISON, W.C., BURK, T.E., BECK, D.E., 1986. Individual tree basal area increment and total height equations for Appalachian mixed hardwoods after thinning. *South J. Appl. For.* **10** : 99-104.

MICHAILOFF, I., 1943. Zahlenmassiges verfahren fur die ausfuhung der bestandeshohenkurven. *Forstw. Clb. U. Thar. Forstl. Jarhrb.* **6** : 273-279 (cit: Curtis, 1967).
 MYERS, RAYMOND H., 1986, *Classical and Modern Regression with Applications*. Duxbury Press, Boston, Massachusetts.
 RIBEIRO, R., 1998. *Elaboração de uma Curva Hipsométrica Geral para a Eucalyptus globulus Labill. a partir dos Dados de Inventário da Silvicultura*. Relatório de Estágio do Curso de Engenharia Florestal. ISA. UTL.
 RIBEIRO, F., TOMÉ, R., 2000. Classificação Climática de Portugal Continental, baseada em informação do Atlas do Ambiente. *Revista Ciências Agrárias XXIII* (2).

- SOARES, A.P., 1999. *Modelação do Crescimento da Árvore e em Eucaliptais em 1ª Rotação Localizados nas Regiões Norte e Centro Litoral*. Tese de Doutoramento em Engenharia florestal. ISA. UTL.
- TOMÉ, M., 1988. *Modelação do Crescimento da Árvore Individual em Povoamentos de Eucalyptus globulus Labill. (1ª rotação)*. Região Centro de Portugal. Tese de Doutoramento em Eng. Silv. ISA. UTL.
- TOMÉ, M., RIBEIRO, F., SOARES, P., 2001. O modelo GLOBULUS 2.1. *Relatórios Técnico-Científicos do GIMREF nº 1/2001*. Centro de Estudos Florestais, Instituto Superior de Agronomia, Lisboa.
- Entregue para publicação em Outubro de 2005*
Aceite para publicação em Maio de 2006